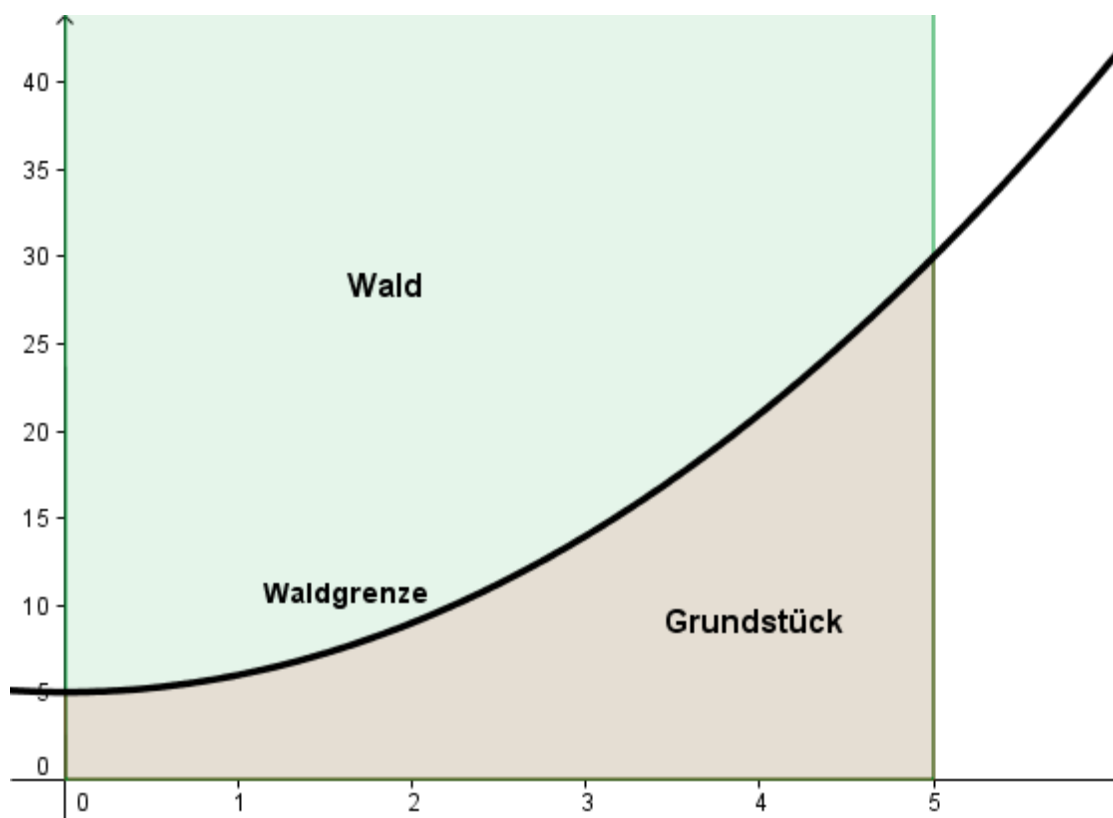


## Waldgrundstück

Ein Bauherr möchte ein Grundstück am nahe gelegenen Wald kaufen. Sie sind als Vermessungsbüro von diesem Bauherrn beauftragt worden die **Grundstückfläche** zu vermessen.

Die Waldgrenze ist nicht geradlinig begrenzt, dass ein direktes Ausrechnen der Fläche nicht möglich ist. Die folgende Skizze zeigt Ihnen das Grundstück und die Waldfläche. (Eine Einheit entspricht 10 m.) Die Waldgrenze kann durch die Funktion  $f(x) = x^2 + 5$  beschrieben werden.



## Vorüberlegungen

Äußern Sie sich zu Berechnungsmöglichkeiten, die Grundstücksfläche annähernd zu bestimmen.

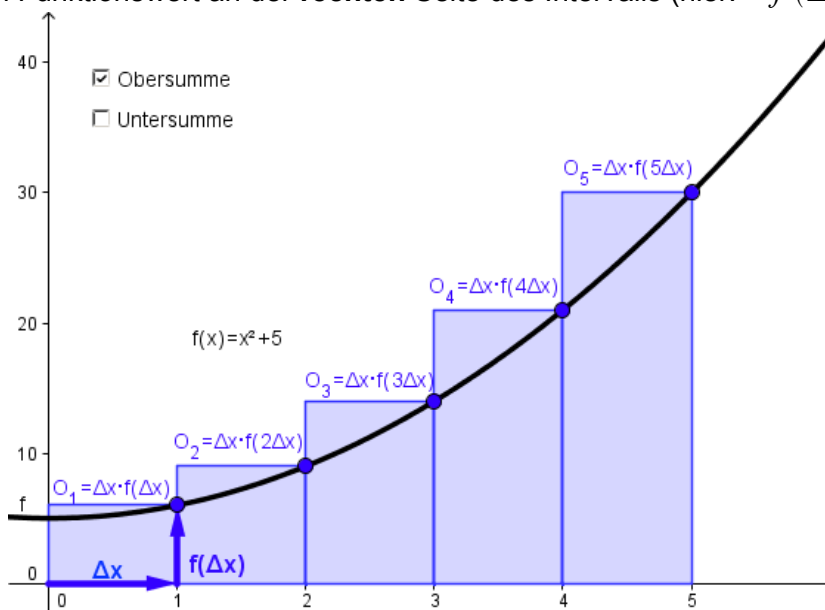
Wie könnte man das Grundstück in einfach zuberechnende Teilflächen unterteilen?

## Obersumme:

Als Obersumme versteht man die Summe aller Teilflächen  $O_n$ , die wie folgt gebildet werden.

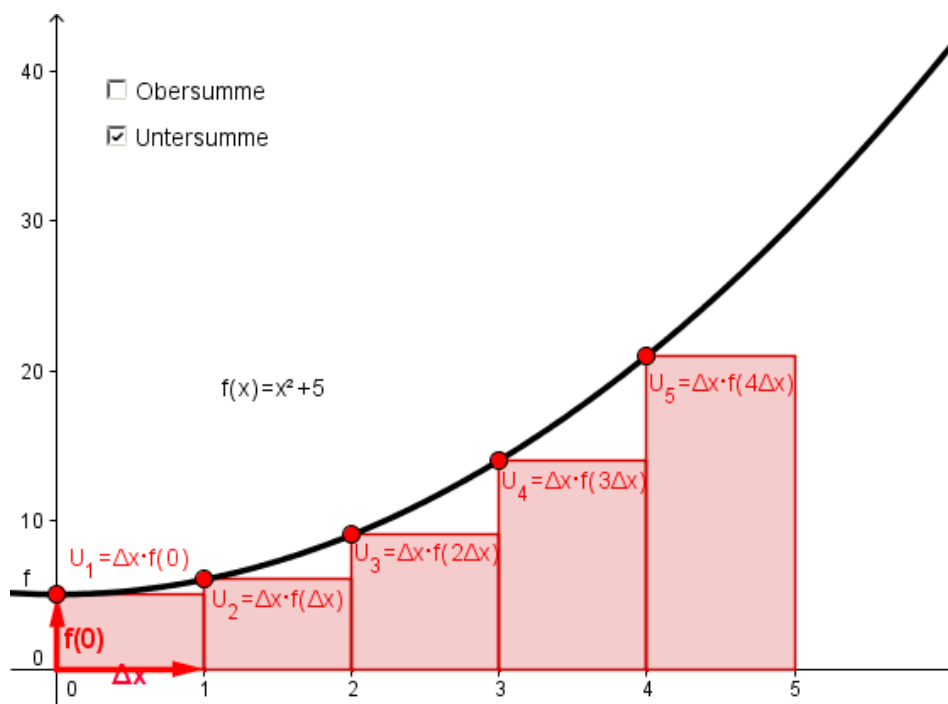
$O = O_1 + O_2 + O_3 + O_4 + O_5$  Dabei gibt  $n$  die Anzahl aller Teilflächen an (z.B.:  $n = 5$ , also fünf Teilflächen)

Die Teilflächen ergeben sich aus dem Produkt der Grundseite (hier:  $\Delta x = 1$ ) der Grundseite mit dem Funktionswert an der **rechten** Seite des Intervalls (hier:  $f(\Delta x)$ ) multipliziert.



## Untersumme

Die Untersumme  $U$  wird wie die Obersumme  $O$  gebildet allerdings mit dem linken Funktionswert des Intervalls (hier:  $f(0)$ ).



## 1 Aufgabe

Laden Sie bitte die ggb-Datei für die erste Aufgabe (s. Arbeitsblatt Geogebra Einführung).

Aktivieren Sie die Haken für Ober- und Untersumme.

Verändern Sie die Anzahl  $n$  der Teilflächen.

Notieren Sie die Ober- und Untersummen für die gegebenen Werte von  $n$  in die folgende Tabelle:

Hinweis:

Durch einen Klick auf den Schieberegler „ $n$ “ können Sie mit den Cursor-Tasten „ $\uparrow$ “ „ $\downarrow$ “ den Wert für  $n$  schrittweise um 1 verändern.

Anzahl $n$	1	2	5	10	100	150	200
Obersumme O							
Untersumme U							

a) Beschreiben Sie das Verhalten von Ober- und Untersumme in Abhängigkeit von  $n$ .

---

b) Äußern Sie Ihre Einschätzung über die Entwicklung der beiden Werte für  $n \rightarrow \infty$ .

---

## 2 Aufgabe

Laden Sie bitte die ggb-Datei für die zweite Aufgabe (s. Arbeitsblatt Geogebra Einführung).

Der Wert für  $n=100$  soll nun nicht mehr variiert werden.

a) Verändern Sie mit dem Schieberegler  $x_1$  die Grundseite des Grundstücks und notieren Sie die Werte der **Obersumme** in der folgenden Tabelle:

Grundseite $x_1$	0	1	2	3	4	5
Obersumme O						

b) Tragen Sie die Werte der Obersumme aus der Tabelle als Punkte über das Eingabefeld am unteren Rand des GeoGebra-Fensters ein.

Beispiel für einen Punkt bei  $x_1=6$ :  $O_6 = (6, O(6)) = (6 \mid 103,0836)$

Eingabesyntax in Geogebra:  $O_6 = (6, 103,0836)$

(WICHTIG: **Komma** zwischen den Koordinaten und **Punkt** für Dezimalzahlen)

c) Lässt sich ein Zusammenhang zwischen den Punkten erkennen?

---

d) Lassen Sie von Geogebra durch die Eingabe:

$$g(x) = \frac{1}{3}x^3 + 5x$$

die Funktion  $g(x) = \frac{1}{3}x^3 + 5x$  zeichnen.

Der Waldrand wird (s.o.) mit  $f(x) = x^2 + 5$  beschrieben.

Äußern Sie sich zum Zusammenhang zwischen den Funktionen  $f(x)$  und  $g(x)$ .

---

## 1 Aufgabe

Laden Sie bitte die ggb-Datei für die erste Aufgabe (s. Arbeitsblatt Geogebra Einführung).

Aktivieren Sie die Haken für Ober- und Untersumme.

Verändern Sie die Anzahl  $n$  der Teilflächen.

Notieren Sie die Ober- und Untersummen für die gegebenen Werte von  $n$  in die folgende Tabelle:

Hinweis:

Durch einen Klick auf den Schieberegler „ $n$ “ können Sie mit den Cursor-Tasten „ $\uparrow$ “ „ $\downarrow$ “ den Wert für  $n$  schrittweise um 1 verändern.

Anzahl $n$	1	2	5	10	100	150	200
Obersumme O							
Untersumme U							

a) Beschreiben Sie das Verhalten von Ober- und Untersumme in Abhängigkeit von  $n$ .

\_\_\_\_\_

b) Äußern Sie Ihre Einschätzung über die Entwicklung der beiden Werte für  $n \rightarrow \infty$ .

\_\_\_\_\_

## 2 Aufgabe

Laden Sie bitte die ggb-Datei für die zweite Aufgabe (s. Arbeitsblatt Geogebra Einführung).

Der Wert für  $n=100$  soll nun nicht mehr variiert werden.

a) Verändern Sie mit dem Schieberegler  $x_1$  die Grundseite des Grundstücks und notieren Sie die Werte der **Untersumme** in der folgenden Tabelle:

Grundseite $x_1$	0	1	2	3	4	5
Untersumme U						

b) Tragen Sie die Werte der Untersumme aus der Tabelle als Punkte über das Eingabefeld am unteren Rand des Geogebra-Fensters ein.

Beispiel für einen Punkt bei  $x_1=6$ :  $U_6 = (6, U(6)) = (6 | 100,9236)$

Eingabesyntax in Geogebra:  $U\_6 = (6, 100,9236)$

(WICHTIG: **Komma** zwischen den Koordinaten und **Punkt** für Dezimalzahlen)

c) Lässt sich ein Zusammenhang zwischen den Punkten erkennen?

\_\_\_\_\_

d) Lassen Sie von Geogebra durch die Eingabe:

$$g(x) = \frac{1}{3}x^3 + 5x$$

die Funktion  $g(x) = \frac{1}{3}x^3 + 5x$  zeichnen.

Der Waldrand wird (s.o.) mit  $f(x) = x^2 + 5$  beschrieben.

Äußern Sie sich zum Zusammenhang zwischen den Funktionen  $f(x)$  und  $g(x)$ .

\_\_\_\_\_